

# Distributionen

## Hausaufgabe 38 (Distributionelle Ableitungen)

Berechnen Sie alle distributionellen Ableitungen der Grade eins und zwei der Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|.$$

2 Punkte

## Hausaufgabe 39 (Stammformen von Distributionen)

Berechnen Sie die Stammformen folgender Distributionen in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ .

a)  $\delta_0$ .

b)  $CH(\frac{1}{x})$ .

4 Punkte

## Hausaufgabe 40 (Grenzwerte in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ )

Berechnen Sie folgende Grenzwerte in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ :

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(xt)CH(\frac{1}{t})$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(xt)CH(\frac{1}{t})$ .

4 Punkte

## Aufgabe 41

Es sei  $T_\tau \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$  eine Distribution, die vom Parameter  $\tau$ ,  $a \leq \tau \leq b$ , abhängt, so dass  $T_\tau(\phi)$  für alle  $\phi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$  stetig ist. Definiere

$$\int_a^b T_\tau d\tau(\phi) := \int_a^b T_\tau(\phi) d\tau.$$

Zeigen Sie  $\int_a^b T_\tau d\tau \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ .

2 Punkte

## Aufgabe 42 (Das direkte Produkt)

Es seien  $X = \mathbb{R}^m$ ,  $Y = \mathbb{R}^n$  und  $Z = X \times Y$ . Desweiteren seien  $G \in \mathcal{D}'(Y)$ ,  $F \in \mathcal{D}'(X)$  und  $\phi \in \mathcal{D}(Z)$ . Dann gilt:

a)  $G$  definiert mittels  $\phi \rightarrow \langle G(y), \phi(x, y) \rangle$  eine stetige lineare Abbildung von  $\mathcal{D}(Z)$  nach  $\mathcal{D}(X)$ .

b) Es sei das Produkt  $H = F \times G$  definiert durch

$$\langle H(z), \phi(z) \rangle := \langle F(x), \langle G(y), \phi(x, y) \rangle \rangle.$$

Dann gilt  $H = F \times G \in \mathcal{D}'(Z)$

c)  $\text{supp}(F \times G) = \text{supp}(F) \times \text{supp}(G)$

3 Punkte

*Frohe Weihnachten und ein erfolgreiches neues Jahr!*