Dr. Peter Massopust
Dipl. Math. Stefan Held
12. Juli 2011

Splines
Sommersemester 2011

Übungsblatt 8

1. Es sei $N := 2$ und $a := (2, -1)$. Man berechne den exponentiellen B-Spline $E_{2,a}$.

2. Gegeben sei die Funktion $f_0 : [0, 4) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \alpha\, \chi_{[0,1)} + \beta\, \chi_{[1,2)} + \gamma\, \chi_{[2,3)} + \delta\, \chi_{[3,4)}$.

   (a) Man drücke f_0 durch die Haarsche Skalierungsfunktion $\varphi := \chi_{[0,1)}$ und ihre Translate aus.

   (b) Es werde ein Funktion $f_1 : [0, 4) \to \mathbb{R}$ definiert durch: $f_1 := (\frac{\alpha+\beta}{2})\chi_{[0,2)} + (\frac{\gamma+\delta}{2})\chi_{[2,4)}$. Man drücke f_1 durch Dilate und Translate von φ aus und gebe eine Interpretation, wie f_1 aus f_0 entstanden ist.

   (c) Man drücke die Funktion $g_0 := f_1 - f_0$ durch die Translate des Haarschen Wavelets ψ aus und interpretiere das Ergebnis.

   (d) Für $\alpha := 2, \beta := 1, \gamma := 6$ und $\delta := 4$, zeichne man die Graphen von f_0, f_1 und g_0.

3. Zeigen Sie, dass die Familie der Haarschen Wavelets $\{\psi_{k\ell} : k, \ell \in \mathbb{Z}\}$ eine orthonormale Basis von $L^2(\mathbb{R})$ ist.

4. Man berechne die Koeffizienten der Darstellung von $\chi_{[0,1)}$ durch die Haarsche Waveletbasis $\{\psi_{k\ell} : k, \ell \in \mathbb{Z}\}$.